

**Задача 1**  
**Расчет электрической цепи методом узловых потенциалов**

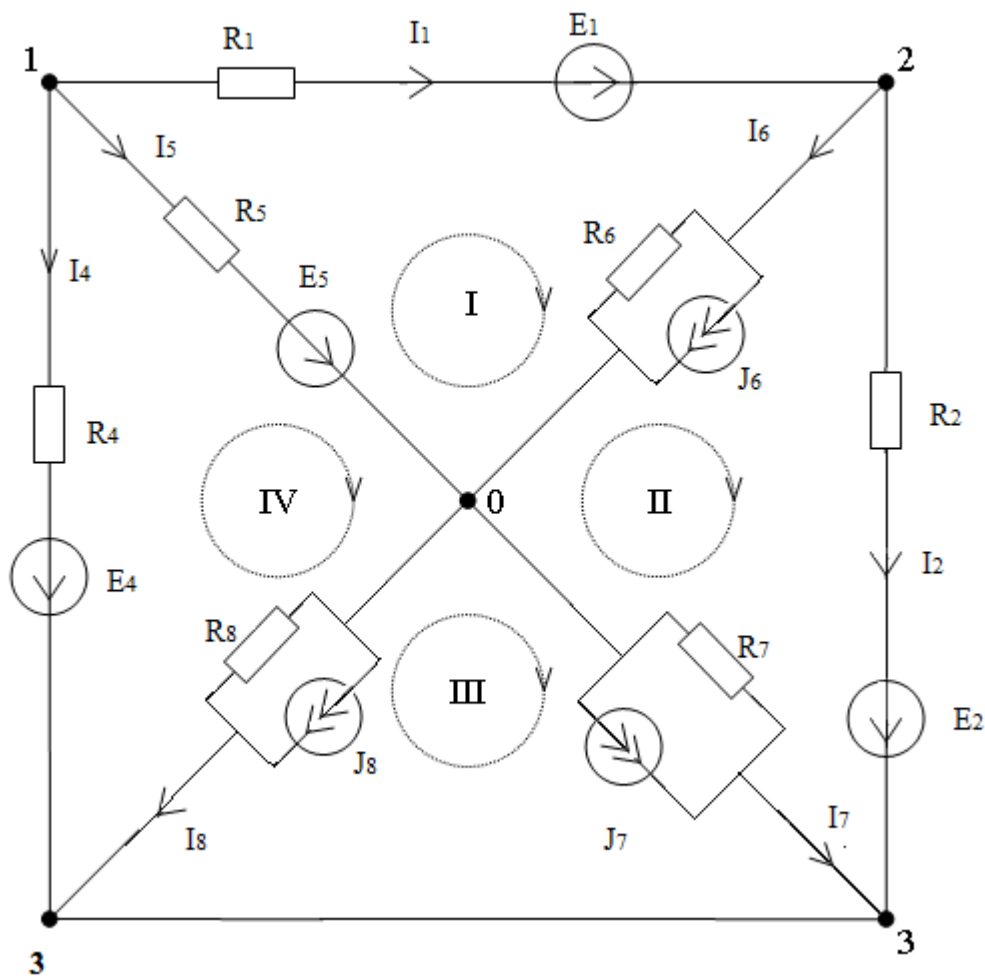


Рис. 1. Схема электрической цепи

Таблица 1

Параметры электрической цепи

E1	R1	E2	R2	E4	R4	E5	R5	J6	R6	J7	R7	J8	R8
6В	5Ом	8В	8 Ом	4В	4 Ом	6В	5 Ом	7А	8 Ом	1Ф	2 Ом	3А	4 Ом

Для электрической цепи постоянного тока, схема которой изображена на рис. 1, а параметры приведены в табл. 1, требуется:

- 1) определить токи во всех ветвях цепи методом узловых потенциалов;
- 2) произвести проверку правильности решения по законам Кирхгофа;
- 3) составить баланс мощностей.

**1. Расчет токов в ветвях методом узловых потенциалов**

1.1. На схеме электрической цепи произведем разметку узловых потенциалов и укажем условные положительные направления токов в ветвях.

1.2. Для независимых узлов составим систему уравнений относительно неизвестных узловых потенциалов:

$$\phi_1 G_{11} - \phi_2 G_{12} - \phi_3 G_{13} = J_{11}$$

$$- \phi_1 G_{21} + \phi_2 G_{22} - \phi_3 G_{23} = J_{22}$$

$$- \phi_1 G_{31} - \phi_2 G_{32} + \phi_3 G_{33} = J_{33}$$

1.3 Определим собственные проводимости узлов.

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 0,65 \text{ Ом}^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 0,45 \text{ Ом}^{-1}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = 1,125 \text{ Ом}^{-1}$$

1.4 Определим общие проводимости

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ Ом}^{-1}$$

$$G_{23} = G_{32} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ Ом}^{-1}$$

$$G_{13} = G_{31} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Ом}^{-1}$$

1.5 Определим узловые токи

$$J_{11} = \frac{-E_1}{R_1} - \frac{E_5}{R_5} - \frac{E_4}{R_4} = \frac{-6}{5} - \frac{6}{5} - \frac{4}{4} = -3,4 \text{ А}$$

$$J_{22} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} - J_6 = \frac{6}{5} - \frac{8}{8} - 7 = -6,8 \text{ А}$$

$$J_{33} = \frac{E_4}{R_4} + J_8 + J_7 = \frac{4}{4} + 3 + 1 = 6,0 \text{ А}$$

1.6 . Подставим коэффициенты при неизвестных и свободные члены в систему уравнений и решим ее относительно узловых потенциалов:

$$0,65\phi_1 - 0,2\phi_2 - 0,25\phi_3 = -3,4$$

$$-0,2\phi_1 + 0,45\phi_2 - 0,125\phi_3 = -6,8$$

$$-0,25\phi_1 - 0,125\phi_2 + 1,125\phi_3 = 6$$

$$\phi_1 = -11,084$$

$$\phi_2 = -19,853$$

$$\phi_3 = 0,664$$

1.7. Рассчитаем токи в ветвях по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\phi_1 - \phi_2 + E_1}{R_1} = \frac{-11,084 + 19,853 + 6}{5} = 2,9538 \text{ А}$$

						Лист
Изм	Лист	№ документа	Подпись	Дата		8

$$I_2 = \frac{\phi_2 - \phi_3 + E_2}{R_2} = \frac{-19,853 - 0,664 + 8}{8} = -1,5646A$$

$$I_4 = \frac{\phi_1 - \phi_3 + E_4}{R_4} = \frac{-11,084 - 0,664 + 4}{4} = -1,937A$$

$$I_5 = \frac{\phi_1 - \phi_0 + E_5}{R_5} = \frac{-11,084 + 6}{5} = -1,0168A$$

$$I_6 = \frac{\phi_0 - \phi_2}{R_6} = \frac{19,853}{8} = 2,4816A$$

$$I_7 = \frac{\phi_3 - \phi_0}{R_7} = \frac{0,664}{2} = 0,332A$$

$$I_8 = \frac{\phi_3 - \phi_0}{R_8} = \frac{0,664}{4} = 0,166A$$

## 2. Проверка правильности решения по законам Кирхгофа

2.1. Для независимых узлов составим уравнения по первому закону Кирхгофа:

1й узел:

$$-I_1 - I_4 - I_5 = 0$$

$$-2,9538 + 1,937 + 1,0168 = 0$$

2й узел:

$$J_6 + I_1 + I_6 - I_2 = 0$$

$$2,95438 + 2,4816 + 1,5646 - 7 = 0$$

3й узел

$$I_4 + J_8 + J_7 + I_2 - I_7 - I_8 = 0$$

$$-1,937 + 3 + 1 - 1,5646 - 0,332 - 0,166 = 0,0004$$

2.2. На схеме электрической цепи для независимых контуров укажем направления обхода и составим уравнения по второму закону Кирхгофа:

1й контур

$$I_1 R_1 - I_6 R_6 - I_5 R_5 = E_1 - E_5$$

$$2,9535 * 5 - 2,4816 * 8 + 1,0168 * 5 = 6 - 6$$

$$0,0002 = 0$$

2й контур

$$I_2 R_2 + I_7 R_7 - I_6 R_6 = E_2$$

$$-1,5646 * 8 + 0,332 * 2 + 2,4816 * 8 = 8$$

$$8 = 8$$

3й контур

$$I_5 R_5 - I_8 R_8 - I_4 R_4 = E_5 - E_4$$

$$-1,0168 * 5 - 0,166 * 4 + 1,937 * 4 = 6 - 4$$

$$2 = 2$$

4й контур

$$I_8 R_8 - I_7 R_7 = 0$$

$$0,166 * 4 - 0,332 * 2 = 0$$

						Лист
						8
Изм	Лист	№ документа	Подпись	Дата		

$$0=0$$

### 3. Баланс мощностей

#### 3.1. Мощность источников:

$$P_{\text{ист}} = I_1 E_1 + I_2 E_2 + I_4 E_4 + I_5 E_5 + J_6 (\varphi_0 - \varphi_2) + J_7 (\varphi_3 - \varphi_0) + J_8 (\varphi_3 - \varphi_0)$$

$$= 6 \cdot 2,9538 - 8 \cdot 1,5646 - 4 \cdot 1,937 - 6 \cdot 1,0168 + 7 \cdot 19,853 + 1,0664 + 3 \cdot 0,664 = 132,9842$$

#### 3.2 Определим мощность потребителей

$$P_{\text{пот}} = (I_1)^2 R_1 + (I_2)^2 R_2 + (I_4)^2 R_4 + (I_5)^2 R_5 + (I_6)^2 R_6 + (I_7)^2 R_7 + (I_8)^2 R_8$$

$$= (2,9538)^2 \cdot 5 + (-1,5646)^2 \cdot 8 + (-1,937)^2 \cdot 4 + (-1,0168)^2 \cdot 5 + (2,4816)^2 \cdot 8 + (0,332)^2 \cdot 2 + (0,166)^2 \cdot 4 = 132,9831$$

#### 3.3 Составим баланс мощности

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{пот}} = 132,98$$

### Задача 2

#### Расчет электрической цепи методом эквивалентного генератора

В схеме, изображенной на рис. 1, заменим источники тока эквивалентными источниками э.д.с. и исключим заданную ветвь 1:

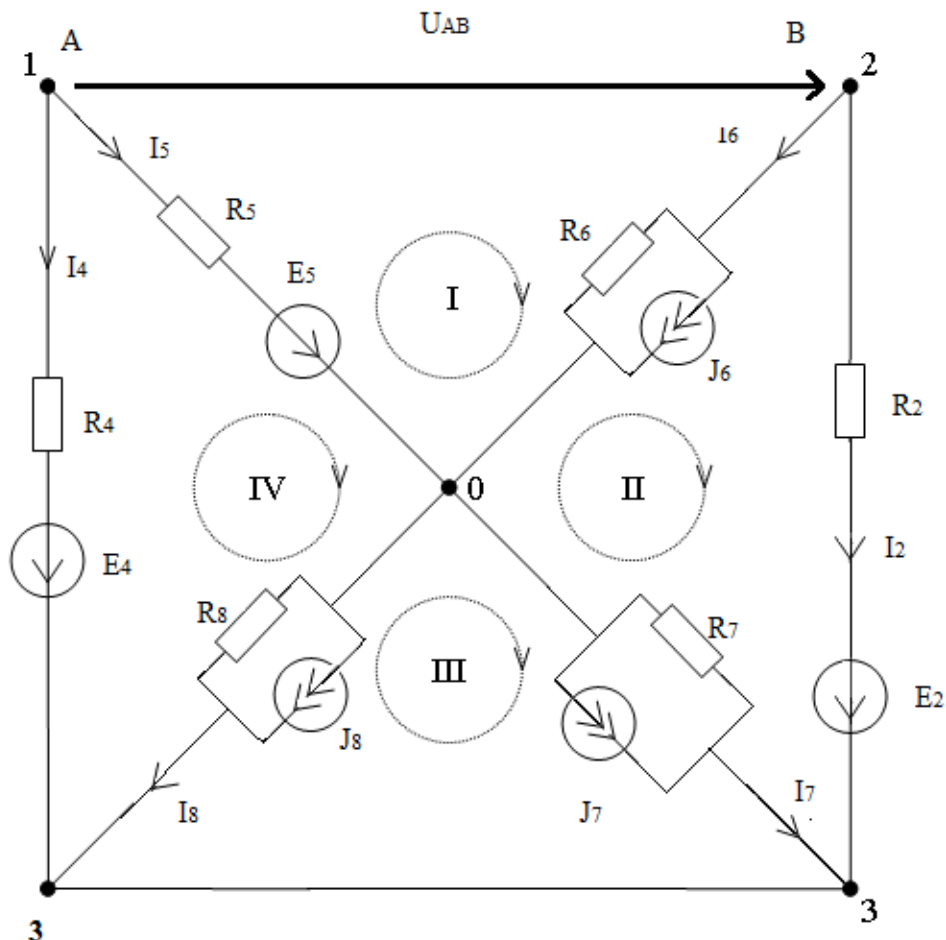


Рис. 2. Схема электрической цепи без ветви 1



$$\phi_2 = -31.57\%$$

$$\phi_3 = 0.84\%$$

1.2 Из уравнения, записанного по второму закону Кирхгофа для выделенного контура, найдем э.д.с. эквивалентного генератора  $E_{\Gamma}$ :

$$E_{\text{эГ}} = U_{\text{ао}}$$

$$U_{\text{AB}} = \phi_1 - \phi_2 = -4.421 - (-31.579) = 27.158$$

1.3 Исключим из схемы источники питания и относительно зажимов  $ab$  найдем входное сопротивление цепи, равное внутреннему сопротивлению эквивалентного генератора  $R_{\Gamma}$ :

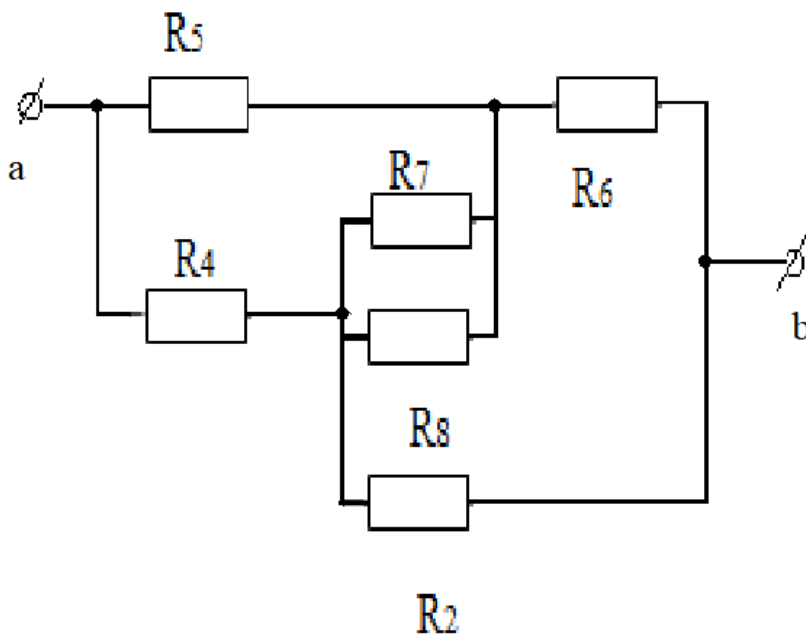


Рис. 3. Схема электрической цепи без источников энергии

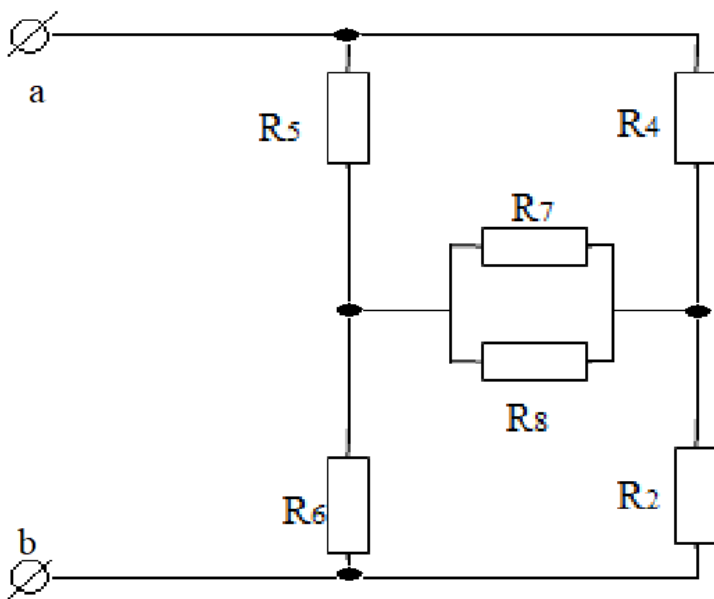


Рис. 4. Преобразованная схема электрической цепи без источников энергии

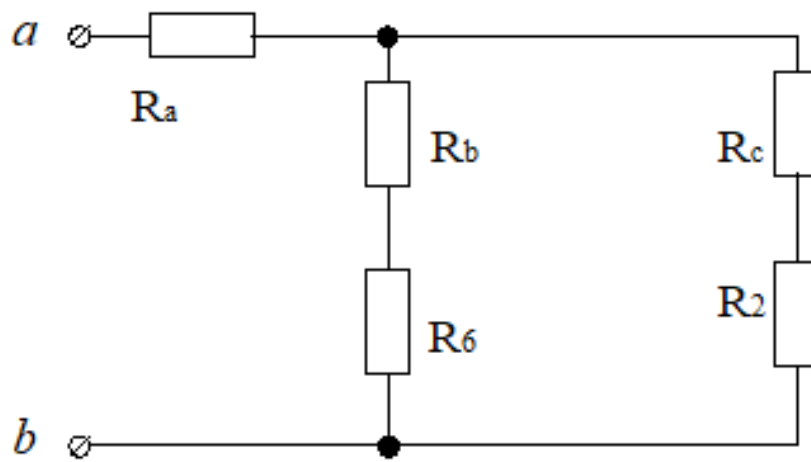


Рис. 5. 2я преобразованная схема электрической цепи без источников энергии

$$R_{7-8} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 2} = \frac{8}{6}$$

$$R_A = \frac{R_5 R_4}{R_4 R_5 R_{7-8}} = \frac{4 + 5}{4 + 5 + 1.33} = \frac{9}{10.33} = 0.8704$$

$$R_B = \frac{R_5 R_{7-8}}{R_4 R_5 R_{7-8}} = \frac{1.33 + 5}{4 + 5 + 1.33} = \frac{6.33}{10.33} = 0.6131$$

$$R_C = \frac{R_{7-8} R_4}{R_4 R_5 R_{7-8}} = \frac{4 + 1.33}{4 + 5 + 1.33} = \frac{5.33}{10.33} = 0.5164$$

$$R_{B-6} = 0.6131 + 8 = 8.6131$$

$$R_{C-2} = 0.5164 + 8 = 8.5164$$

$$R_{C-6-B-2} = \frac{R_{C-6} R_{B-2}}{R_{C-6} + R_{B-2}} = \frac{8.6131 \cdot 8.5164}{8.6131 + 8.5164} = \frac{73.3526}{17.1595} = 4.2747$$

$$R_{\text{общ}} = 4.2747 + 0.8704 = 5.1451$$

$$I_1 = \frac{E_1 + E_{\text{эГ}}}{R_1 + R_{\text{эГ}}} = \frac{27,158 + 6}{5 + 5,1451} = \frac{33,158}{10,1451} = 3,3$$

1.4 Подключим нагрузку к эквивалентному генератору и найдем ток в заданной ветви, сравнив его со значением, рассчитанным методом узловых потенциалов:

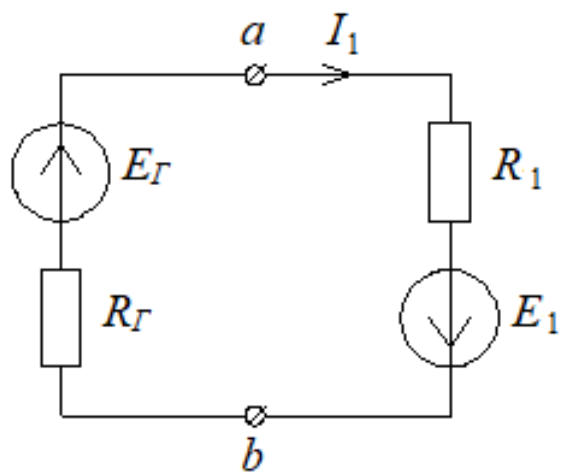


Рис. 6. Схема эквивалентного генератора с подключенной нагрузкой